

# PRAYAS

## JEE 2025



Lecture - 7

Physics

ATDB.uno

# Waves

By- Saleem Ahmed Sir





# Topics *to be covered*

1

*Standing wave*

ATDB.uno

2

3

4



Easy  
3, 6, 8, 9, 10  
12, 13, 16, 19, 20  
23, 24, 26, 28, 30

medium

7, 2, 17

min 60

ATDB.uno



\* Heat & thermo  $\longrightarrow$  6 days

\* Fluid  $\longrightarrow$  3 days

\* WPE  $\longrightarrow$  2 days

\* Com  $\longrightarrow$  3 days

\* Rot.  $\longrightarrow$  4 days

\* Num + fric'tm + Circular  $\longrightarrow$  2 days

\* Kinematics & Vector  $\longrightarrow$  2 days

\* SHM  $\longrightarrow$  3 days

\* Wave  $\longrightarrow$  4 days

ATDB.uno



Q  $y = 20 \sin 4\pi x \cos 2\pi t$

$$k = 4\pi = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{1}{2}$$



ATDB.uno  $3 \text{ loop} = 8 \text{ harmonic}$

$7 + 2 \rightarrow \text{Node}$

$\rightarrow x=0, x=2$  वाले

$8 \rightarrow \text{Antinode}$



$$Q \quad y_1 = A \sin(\omega t - kx)$$

$$y_2 = A \sin(\omega t + kx)$$

$$y_{net} = \underline{2A \cos kx \sin \omega t}$$

$$\text{Amplitude} = 2A \cos kx$$

① find location of node

$$2A \cos kx = 0$$

$$\cos kx = 0$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$$

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} \dots$$

② find location of antinode.

$$2A \cos kx = \pm 2A$$

$$\cos kx = \pm 1$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$$

ATDB.uno

Q find min gap between two point whose amplitude is half of the max amplitude.



$$y_{\text{net}} = 2A \cos kx \sin \omega t$$

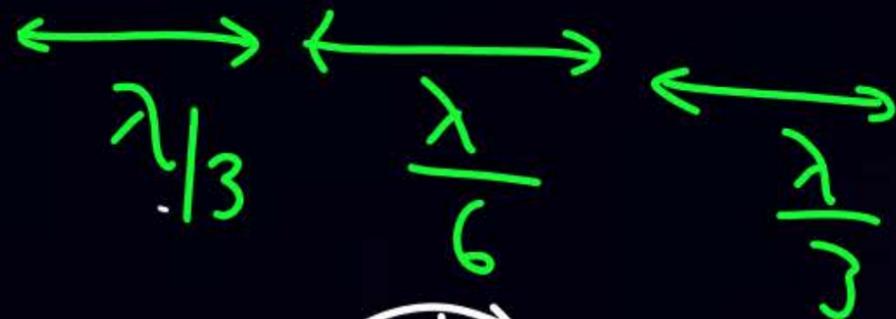
$$\text{Amplitude} = 2A \cos kx$$

$$\pm \frac{2A}{2} = 2A \cos kx$$

$$\cos kx = \pm \frac{1}{2}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{6}, \pi - \frac{\pi}{6}, \pi + \frac{\pi}{6}, 2\pi - \frac{\pi}{6}, 2\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{\lambda}{12}, \frac{5\lambda}{12}, \frac{7\lambda}{12}, \frac{11\lambda}{12}, \frac{13\lambda}{12}$$



④ max possible velocity

$$v_p = (2A) \omega \equiv (\text{Antinode})$$

ATDB.uno



Q Suppose eq<sup>n</sup> of standing wave is

$$y = 10 \sin 2\pi x \cos(\pi t + \pi/6)$$

find

① Equation of component waves.

$$y_1 = 5 \sin(2\pi x + \pi t + \pi/6)$$

$$y_2 = 5 \sin(2\pi x - \pi t - \pi/6)$$

② Location of node & antinode.

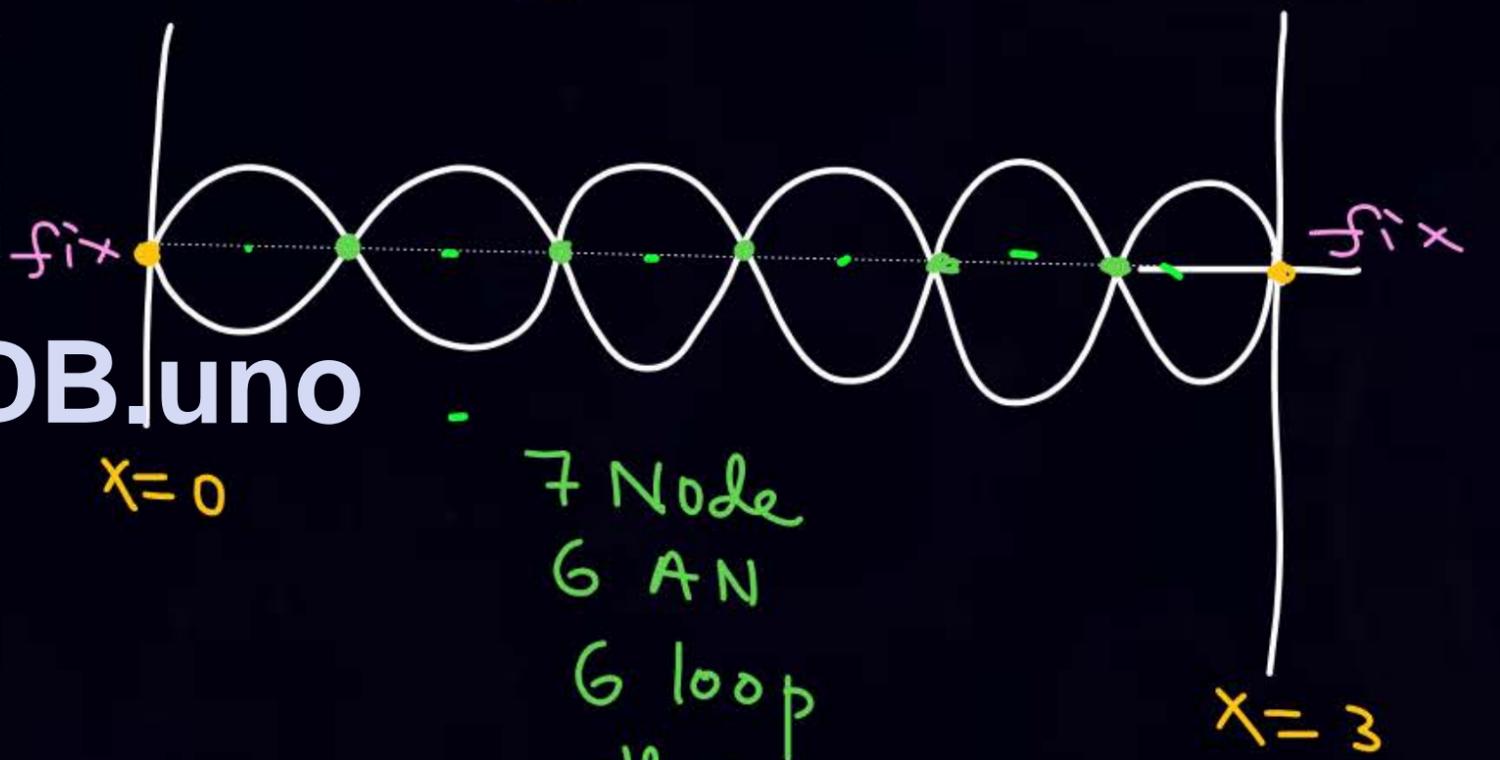
②  $\Rightarrow 2\pi x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi$

$$x = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2} \dots$$

③  $\hat{A}N \equiv 2\pi x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \dots$   
 $x = \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4} \dots$

Q find no. of node & antinode if length of string is 3m.

$$k = 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\lambda = 1m)$$

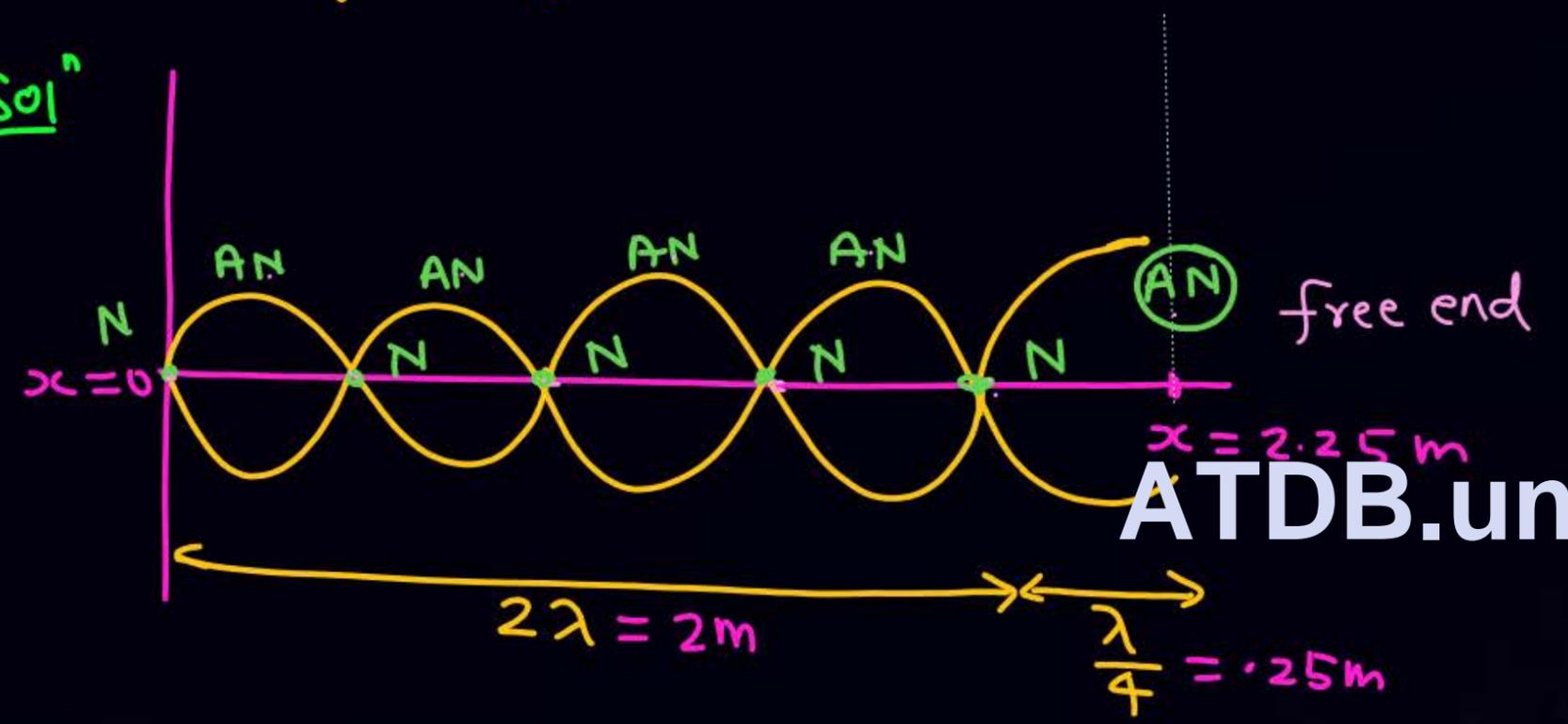


7 Node  
 6 AN  
 6 loop  
 6<sup>th</sup> harmonic



Q find no. of node & antinode  
if length of string is 2.25m

Sol<sup>n</sup>



5 → AN  
5 → Node

ATDB.uno



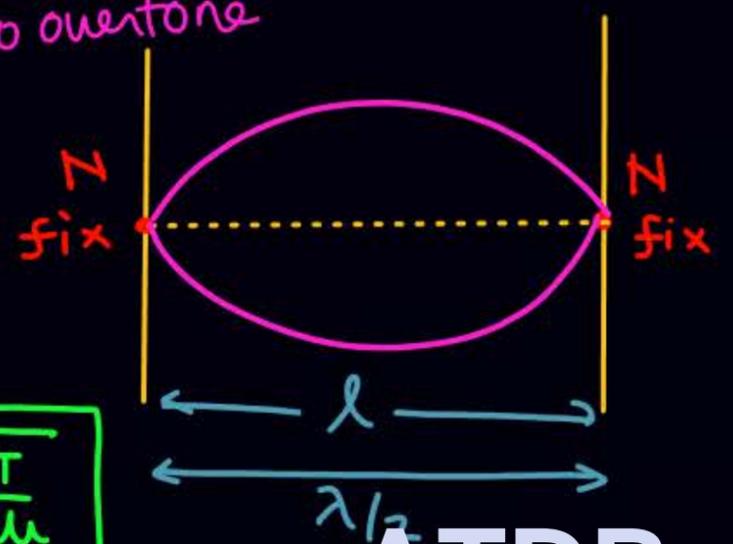
# mode of viberation of string fixed at both end

Fundamental mode / 1<sup>st</sup> harmonic / zero overtone

$$l = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2l$$

$$f_0 = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

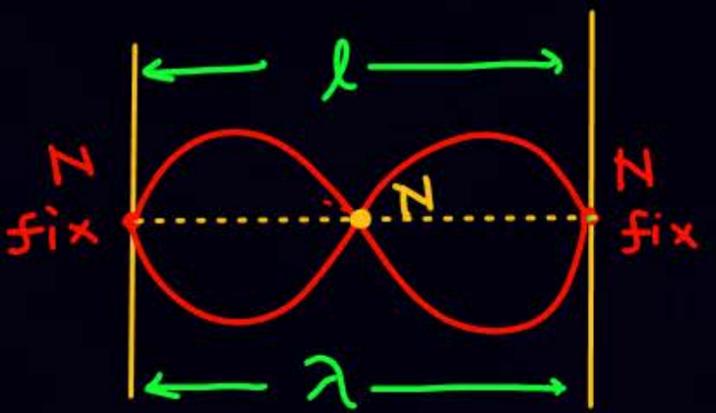


2<sup>nd</sup> harmonic / 1<sup>st</sup> overtone

$$l = \lambda$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{l}$$

$$f = 2 \left( \frac{v}{2l} \right)$$



Result

$$f_0 = \frac{v}{2l}$$

$$n^{\text{th}} \text{ harmonic} = n \frac{v}{2l}$$

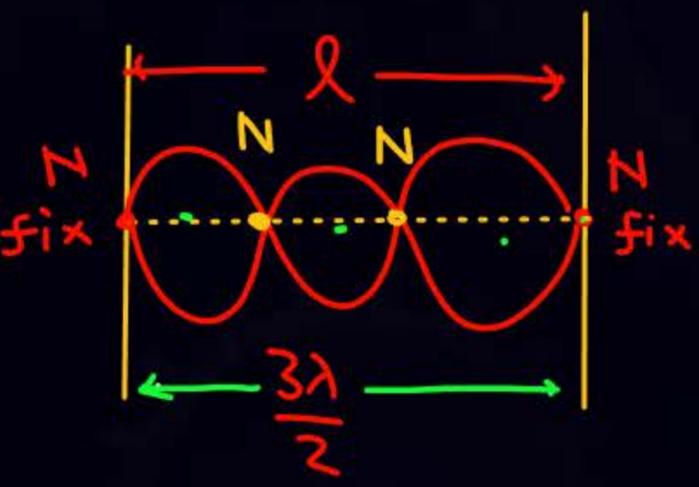
(n-1)<sup>st</sup> overtone

3<sup>rd</sup> harmonic / 2<sup>nd</sup> overtone

$$l = \frac{3\lambda}{2}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l/3}$$

$$f = 3 \left( \frac{v}{2l} \right)$$



Q what are the three lowest frequency in string fix at both end of length 10m &  $\mu = 10 \text{ gm/cm}$ , stretched under the tension 400N.

Sol<sup>n</sup>

$$f_0 = \frac{v}{2L}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{400 \times 10^{-2}}{10 \times 10^{-3}}} = \sqrt{400} = 20$$

$$f_0 = \frac{20}{2 \times 10} = 1$$

$$f_2 = 2$$

$$f_3 = 3$$

ATDB.uno





If temp of  
 Q string is decrease  
 by  $\Delta\theta$   
 find freq. of  
 fundamental mode



$$\Delta l = l \alpha \Delta\theta$$

$$\frac{T}{A} = Y \frac{\Delta l}{l} = Y \alpha \Delta\theta$$

$$T = AY \alpha \Delta\theta$$

$$f_0 = \frac{v}{2L} = \frac{\sqrt{T/\mu}}{2L}$$

$$f_0 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{AY \alpha \Delta\theta}{\mu}}$$

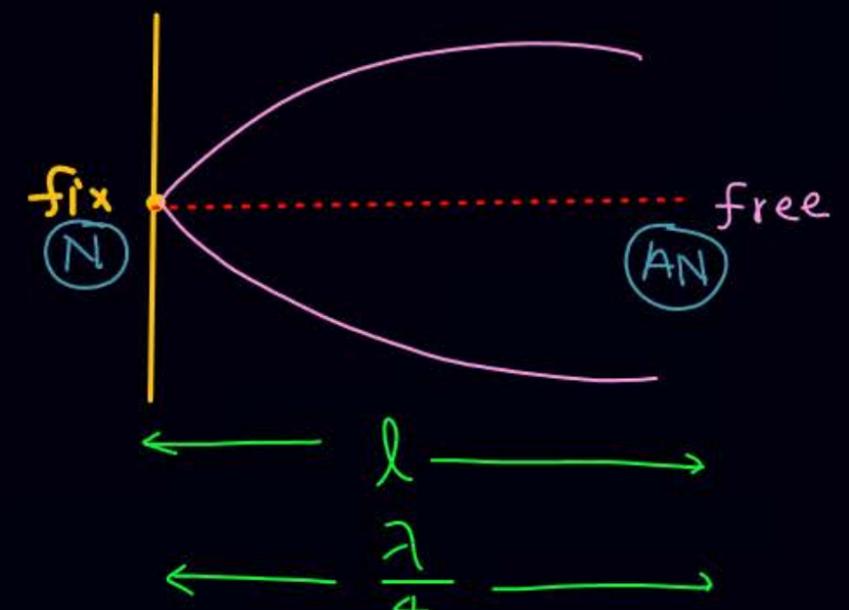


If string fix at one end & free at another end.

Fundamental / 1<sup>st</sup> harmonic / 0 overtone.

$$l = \frac{\lambda}{4} \quad \boxed{\lambda = 4l}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{4l} \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

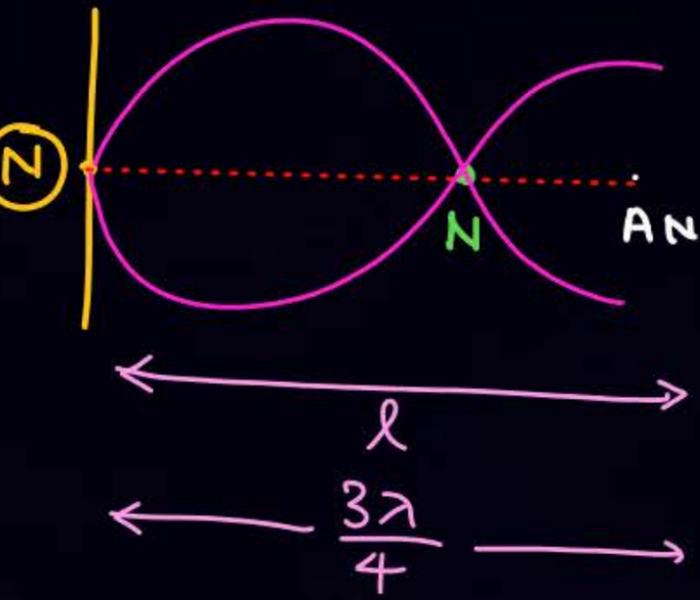


3<sup>rd</sup> harmonic / 1<sup>st</sup> overtone

$$l = \frac{3\lambda}{4}$$

$$\lambda = \frac{4l}{3}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{4l/3} = \frac{3v}{4l}$$

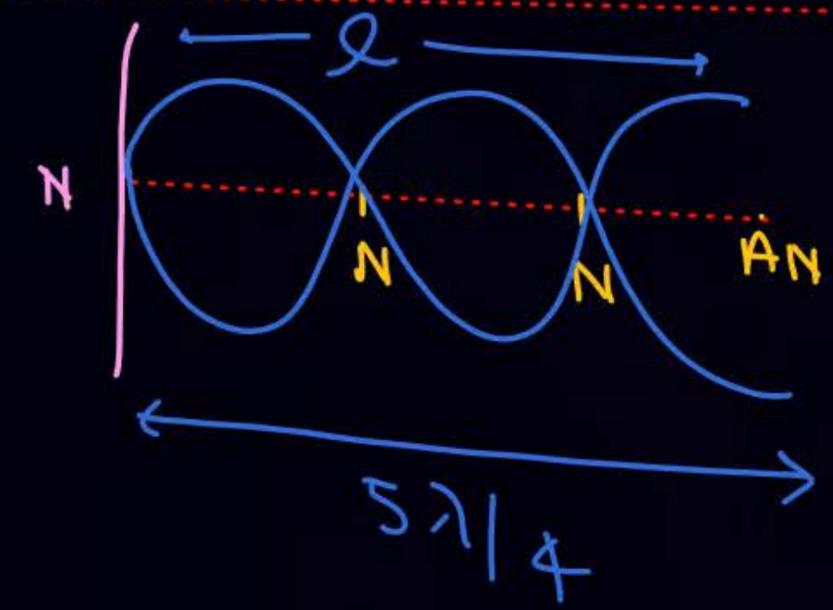


ATDB.uno

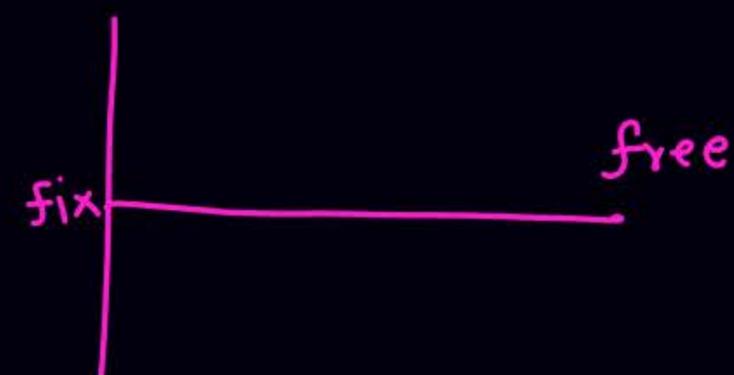
5<sup>th</sup> harmonic / 2<sup>nd</sup> overtone

$$l = \frac{5\lambda}{4} \quad \lambda = \frac{4l}{5}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{4l/5} = \frac{5v}{4l}$$



String fixed one end & free at other end



$$f_0 = \frac{v}{4L}$$

odd  $\rightarrow$  harmonic

$(2n+1)^{\text{th}}$  harmonic  $f = (2n+1) \frac{v}{4L}$

$n = 0, 1, 2, \dots$

$(2n+1)$  harmonic  $\equiv$   $n$  overtone



- 5<sup>th</sup> harmonic  $\rightarrow 5 \frac{v}{4L}$
- 7<sup>th</sup> "  $\rightarrow 7 \frac{v}{4L}$
- 3<sup>rd</sup> overtone  $\rightarrow \frac{7v}{4L}$
- 4<sup>th</sup> overtone  $\rightarrow \frac{9v}{4L}$
- 7<sup>th</sup> overtone  $\rightarrow 15 \left( \frac{v}{4L} \right)$

ATDB.uno



Q String is vibrating in its fundamental mode of freq.  $50\text{Hz}$ . when string fixed at both end. find freq. of  $5^{\text{th}}$  harmonic when one end of string kept free.

Sol<sup>n</sup>

$$f_0 = \frac{v}{2L} = 50$$

$$\frac{v}{L} = 100$$

Ans

$$f = 5 \frac{v}{4L} = \frac{5}{4} \times 100 = 125\text{Hz}$$

ATDB.uno

⑤ Repeat the above part when one end free, freq. for  $7^{\text{th}}$  overtone

$$f = 15 \frac{v}{4L} = \frac{15}{4} \times 100 = \checkmark$$

Hence we can conclude that

- \* Stationary wave are formed due to superposition of two identical simple harmonic travelling in opposite dir<sup>n</sup> with same speed.
- \* particle having zero amplitude called Node they are at rest and having max strain.
- \* " " max amplitude " antinode  $\Rightarrow$  having min. strain.
- \* Node & antinode are formed alternately.
- \* Distance b/w two consecutive nodes  $\lambda/2$
- \* " " " " AN " "
- \* " " " " Node & AN is  $\lambda/4$
- \* All the particles in one particular segments vibrates in same phase but particle b/w two adjacent segments differ in phase by  $180^\circ$ .

$$P = -T \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial x}$$

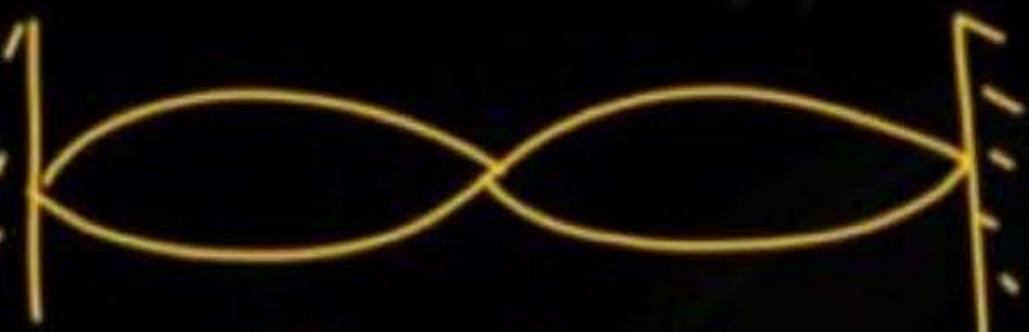
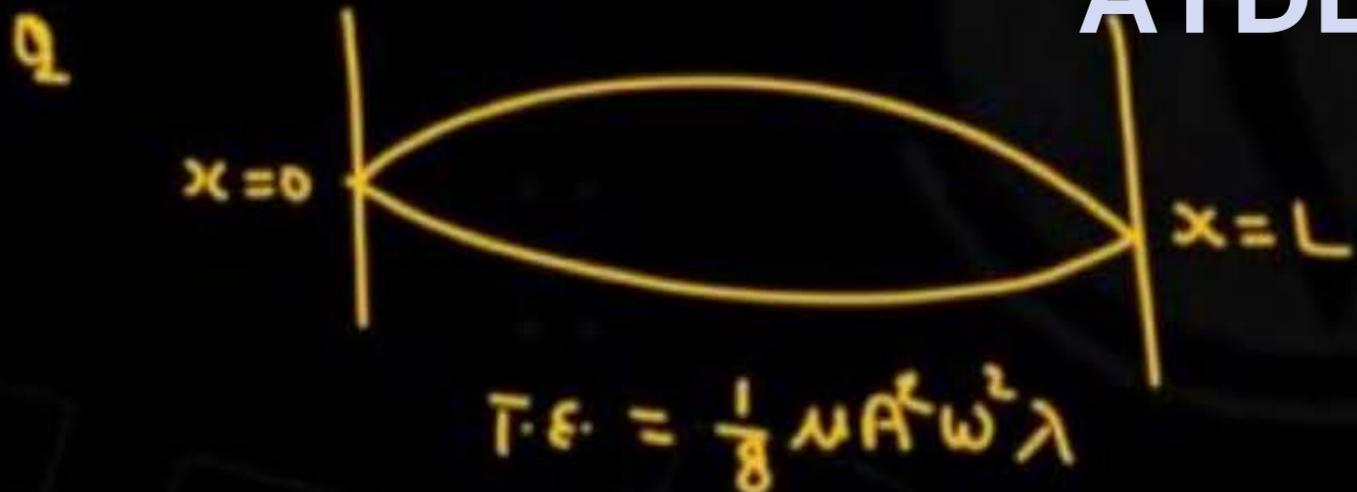


## Total Energy in standing wave

For one loop  $\Rightarrow T \cdot E = \frac{1}{8} \mu A^2 \omega^2 \lambda$

for half loop  $\Rightarrow T \cdot E = \frac{1}{16} \mu A^2 \omega^2 \lambda$

ATDB.uno



$T \cdot E = 2 \times E_{\text{loop}}$



Q Ends of stretched wire of length  $L$  are fixed at  $x=0$  and  $x=L$   
 In one experiment  $y_1 = A \sin \frac{\pi x}{L} \sin \omega t$  and total Energy is  $E_1$   
 In another exp  $y_2 = A \sin \frac{2\pi x}{L} \sin 2\omega t$  and total Energy is  $E_2$

Find  $\frac{E_1}{E_2} = ?$

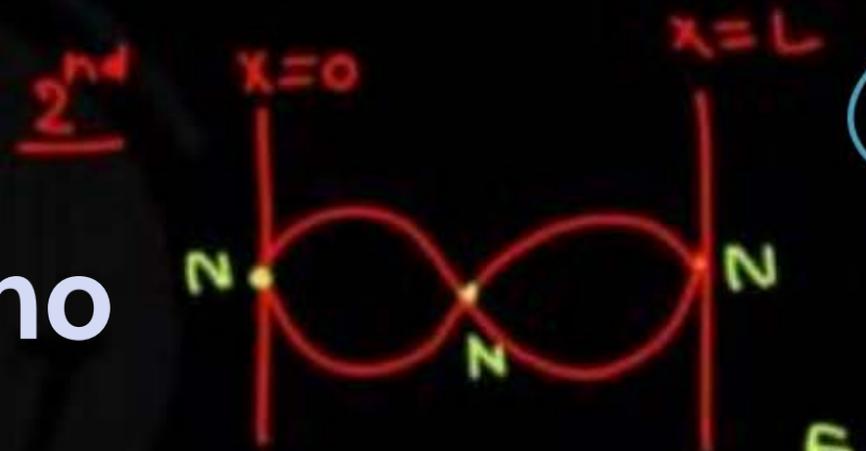
Sol



$$E = \frac{1}{8} \mu A^2 \omega^2 \lambda_1$$

$k = \frac{\pi}{L} = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\lambda = 2L$



$k = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\lambda = L$

JEE 2005

$$E_2 = 2 \times \frac{1}{8} \mu A^2 \omega^2 \lambda_2$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \left(\frac{\omega}{2\omega}\right)^2 \cdot \left(\frac{2L}{L}\right) = \frac{1}{2}$$



$$y = A \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin \omega t$$

$$\frac{\pi x}{L} = \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$\lambda = 2L \quad L = \lambda/2$$



$$y = A \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \sin \omega t$$

$$\frac{2\pi x}{L} = \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$\lambda = L$$



ATDB.uno

coefficient of linear thermal expansion =  $10^{-5} / ^\circ\text{C}$ . Initially, the wire is just taut at  $20^\circ\text{C}$  temperature. The density of steel =  $8.0 \text{ g/cc}$ . A tuning fork of frequency  $200 \text{ Hz}$  is touched to the wire, to execute oscillations. Simultaneously, the temperature is slowly lowered. At what temperature will resonance occur corresponding to the third overtone?

25 cm लम्बे एक स्टील के तार के दोनों सिरों को दृढ़ दीवारों पर स्थिर किया गया है। स्टील का यंग प्रत्यास्थता गुणांक =  $200 \text{ GPa}$ , रेखीय ऊष्मीय प्रसरण गुणांक =  $10^{-5} / ^\circ\text{C}$  है। प्रारम्भ में तार को  $20^\circ\text{C}$  ताप पर कसा गया है। स्टील का घनत्व =  $8.0 \text{ g/cc}$  है। दोलन करने के लिये तार से एक  $200 \text{ Hz}$  आवृत्ति के स्वरित्र को स्पर्श कराया जाता है। इसके साथ ही ताप को धीरे-धीरे कम करते हैं। किस ताप पर तृतीय अधिस्वरक के संगत अनुनाद उत्पन्न होंगे

**Ans.**  $17.5^\circ$

ATDB.uno

A wave represented by the equation  $y = A \cos(kx - \omega t)$  is superimposed with another wave to form a stationary wave such that the point  $x = 0$  is a node. The equation of the other wave is:

एक तरंग जिसकी समीकरण  $y = A \cos(kx - \omega t)$  है, एक अन्य तरंग के साथ अध्यारोपित होकर एक अप्रगामी तरंग का निर्माण करती है जिसमें बिन्दु  $x = 0$  पर एक निस्पन्द बनता है। दूसरी तरंग की समीकरण होगी :-

(A)  $-A \sin(kx + \omega t)$  (B)  $-A \cos(kx + \omega t)$  (C)  $A \sin(kx + \omega t)$  (D)  $A \cos(kx + \omega t)$

**Ans. (B)**

**ATDB.uno**

$$y_1 = 8 \sin (\omega t + kx) ; y_2 = 6 \sin (\omega t + \frac{\pi}{2} + kx) ; y_3 = 4 \sin (\omega t + \pi + kx) ; y_4 = 2 \sin (\omega t + \frac{3\pi}{2} + kx) ;$$

$$y_5 = 4\sqrt{2} \sin (\omega t - kx + \frac{\pi}{4}) \text{ are superimposed on each other. The resulting wave is :}$$

निम्न पाँच तरंग प्रतिरूप  $x$ -अक्ष पर समान चाल से गतिशील हैं तथा एक-दूसरे पर अध्यारोपित होते हैं।

$$y_1 = 8 \sin (\omega t + kx) ; y_2 = 6 \sin (\omega t + \frac{\pi}{2} + kx) ; y_3 = 4 \sin (\omega t + \pi + kx) ; y_4 = 2 \sin (\omega t + \frac{3\pi}{2} + kx) ;$$

$$y_5 = 4\sqrt{2} \sin (\omega t - kx + \frac{\pi}{4}) \text{ तो इनकी परिणामी तरंग है:}$$

$$(A) 8\sqrt{2} \cos kx \sin (\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$(B) 8\sqrt{2} \sin (\omega t - kx + \frac{\pi}{4})$$

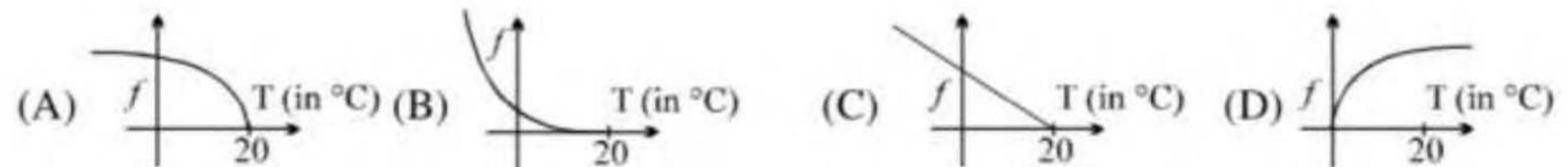
$$(C) 8\sqrt{2} \sin kx \cos (\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$(D) 8 \sin (\omega t + kx)$$

**Ans. (A)**

exactly equal to the separation between walls. If the temperature of the wire is decreased the graph between fundamental frequency ( $f$ ) and temperature ( $T$ ) of the wire is

एक धात्विक तार दो ऊर्ध्वाधर दीवारों के मध्य बंधा है।  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  पर इस तार की बिना अविस्तारित लम्बाई इन दोनों दीवारों के मध्य दूरी के बराबर है। यदि तार का तापमान घटा दिया जाए तो तार की मूलभूत आवृत्ति ( $f$ ) व तापमान ( $T$ ) के मध्य आरेख होगा :-



ATDB.uno

Ans. (A)

ny

transverse velocity of points along the string, excluding its end-points, must be

(A) zero everywhere

(B) dependent on the location along the string

(C) non zero everywhere

(D) non-zero and in the same direction everywhere

दोनों सिरों से बंधी एक रस्सी कम्पन्न कर रही है। जिस क्षण रस्सी सीधी दिखाई देती है, उस क्षण इसके अन्तिम बिन्दुओं के अतिरिक्त रस्सी के अनुदिश अन्य बिन्दुओं का तात्क्षणिक अनुप्रस्थ वेग होगा :-

(A) सर्वत्र शून्य।

(B) रस्सी के अनुदिश स्थिति पर निर्भर करता है।

(C) सर्वत्र अशून्य।

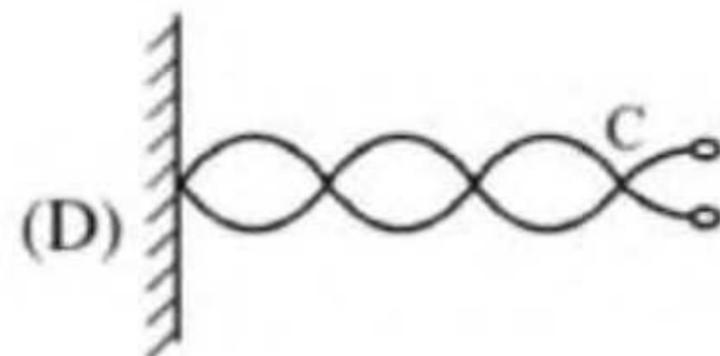
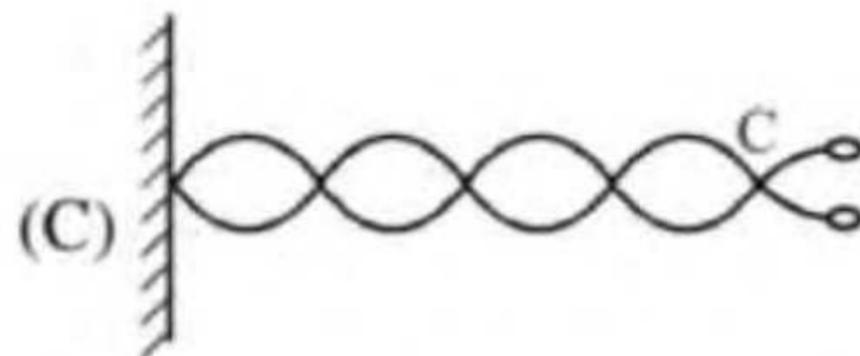
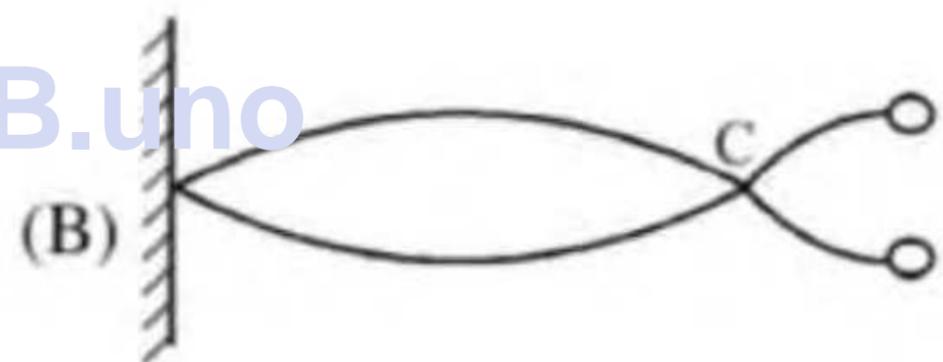
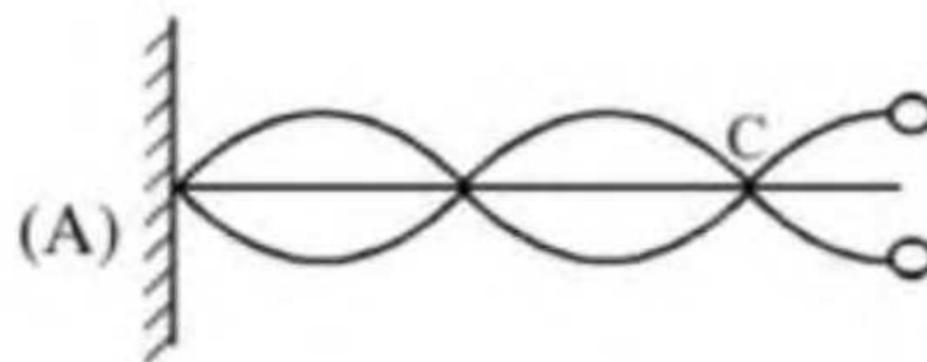
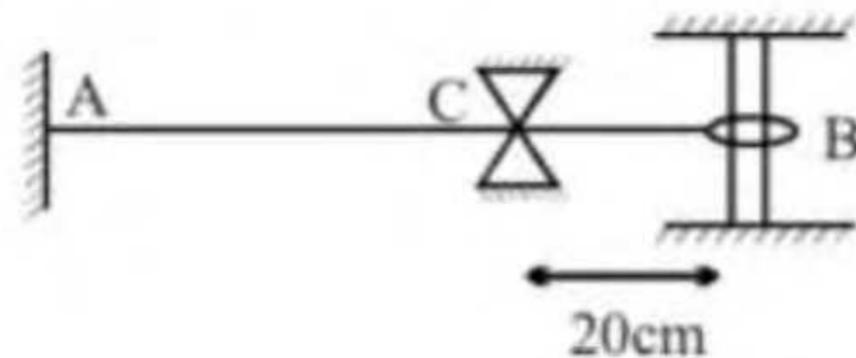
(D) अशून्य तथा सर्वत्र एक ही दिशा में।

**Ans. (B)**

# ATDB.uno

to be stationary. What is shape of string for fundamental mode?

एक 1m लम्बे तार को बिन्दुओं A तथा B के मध्य कस दिया जाता है। इस तार में तनाव का मान T है। बिन्दु C, सिरे B से 20 cm दूरी पर (स्थिर) है। मूलभूत विधा के लिये तार की आकृति होगी



Ans. (A)

of the wire is  $y_1 = A \sin(\pi x/L) \sin \omega t$  and energy is  $E_1$  and in another experiment its displacement is  $y_2 = A \sin(2\pi x/L) \sin 2\omega t$  and energy is  $E_2$ . Then [JEE 2001 (Scr)]

एक  $L$  लम्बाई के विस्तारित तार के सिरे  $x = 0$  तथा  $x = L$  पर बंधें हैं। एक प्रयोग में तार का विस्थापन

$y_1 = A \sin(\pi x/L) \sin \omega t$  तथा ऊर्जा  $E_1$  है व दूसरे प्रयोग में  $y_2 = A \sin(2\pi x/L) \sin 2\omega t$  व ऊर्जा  $E_2$  है। तब

(A)  $E_2 = E_1$

(B)  $E_2 = 2E_1$

(C)  $E_2 = 4E_1$

(D)  $E_2 = 16E_1$

Ans. (C)

ATDB.uno

unit length of the string is  $\mu$ .

**Column-I**

(A) at  $t = 0$

(B) at  $t = \frac{T}{8}$

(C) at  $t = \frac{T}{4}$

(D) at  $t = \frac{T}{2}$

**Column-II**

(P) Total energy per unit length at  $x = 0$  is  $2\mu A^2 \omega^2$ .

(Q) Total energy per unit length at  $x = \lambda/4$  is  $2\mu A^2 \omega^2$ .

(R) Total energy per unit length at  $x = \lambda$  is  $2\mu A^2 \omega^2$ .

(S) power transmitted through a point at  $x = \lambda$  is 0.

(T) power transmitted through a point at  $x = \lambda/4$  is 0.

एक रस्सी में एक अप्रगामी उत्पन्न की जाती है जिसकी समीकरण  $y = 2A \sin kx \cos \omega t$  है। रस्सी का प्रति इकाई लम्बाई का द्रव्यमान  $\mu$  है।

**स्तम्भ-I**

(A)  $t = 0$  पर

(B)  $t = \frac{T}{8}$  पर

(C)  $t = \frac{T}{4}$  पर

(D)  $t = \frac{T}{2}$  पर

**स्तम्भ-II**

(P)  $x = 0$  पर प्रति इकाई लम्बाई की कुल ऊर्जा का मान  $2\mu A^2 \omega^2$  है।

(Q)  $x = \lambda/4$  पर प्रति इकाई लम्बाई की कुल ऊर्जा का मान  $2\mu A^2 \omega^2$  है।

(R)  $x = \lambda$  पर प्रति इकाई लम्बाई की कुल ऊर्जा का मान  $2\mu A^2 \omega^2$  है।

(S)  $x = \lambda$  पर किसी बिन्दु पर संचरित शक्ति का मान शून्य है।

(T)  $x = \lambda/4$  पर किसी बिन्दु पर संचरित शक्ति का मान शून्य है।

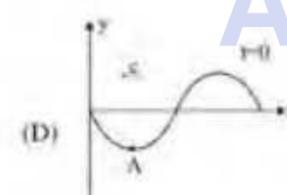
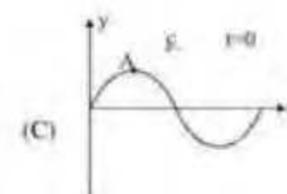
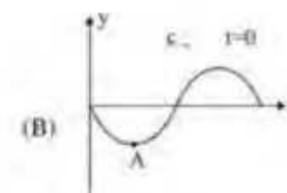
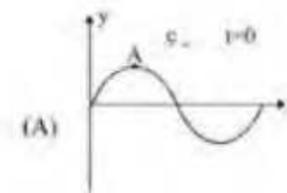
Ans. (A)–(P, R, S, T) : (B)–(S, T) : (C)–(Q, S, T) : (D)–(P, R, S, T)



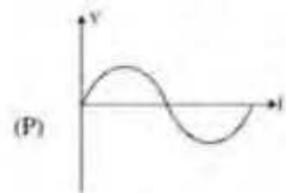


स्तम्भ-I में  $t = 0$  पर रस्सा पर गतिशील अनुप्रस्थ तरंग का दर्शाया गया है। तरंग चर को  $t$  द्वारा इंगित किया गया है। स्तम्भ-II में कण A अथवा सभी कणों के लिये विभिन्न प्राचली के परिवर्तन को दर्शाया गया है।

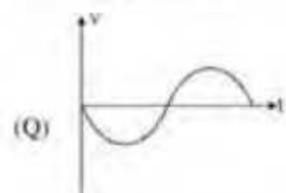
Column-I / स्तम्भ-I



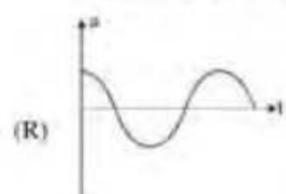
Column-II / स्तम्भ-II



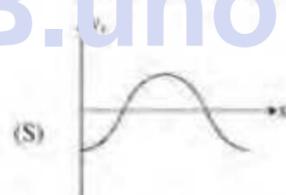
For particle A / कण A के लिये



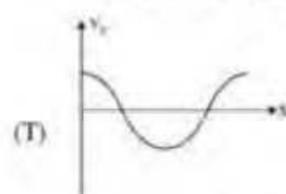
For particle A / कण A के लिये



For particle A / कण A के लिये



At  $t = 0$  for all the particles  
सभी कणों के लिये  $t = 0$  पर



At  $t = 0$  for all the particles  
सभी कणों के लिये  $t = 0$  पर

ATDB.uno

wave is  $Y = 0.3 \sin(0.157x) \cos(200\pi t)$ . The length of the string is : (All quantities are in SI units.)  
एक डोरी के दोनों सिरों को जकड़ कर रखा गया है तथा यह अपने चतुर्थ संनादी में कम्पन कर रही है। इस अप्रगामी तरंग का समीकरण है  $Y = 0.3 \sin(0.157x) \cos(200\pi t)$ . इस डोरी की लम्बाई होगी : (सभी राशियाँ SI मात्रक में हैं।)

[JEE-Main-2019\_April]

(1) 20 m

(2) 80 m

(3) 60 m

(4) 40 m

Ans. (2)

ATDB.uno

equation,  $y(x, t) = (0.01\text{m}) \sin [(62.8 \text{ m}^{-1})x] \cos [(628 \text{ s}^{-1})t]$ . Assuming  $\pi = 3.14$ , the correct statement(s) is (are) **[JEE-Advance-2013]**

- (A) The number of nodes is 5.
- (B) The length of the string is 0.25 m.
- (C) The maximum displacement of the midpoint of the string, from its equilibrium position is 0.01m.
- (D) The fundamental frequency is 100 Hz.

एक सिरे पर परिबद्ध क्षैतिज तनित डोरी पाँचवीं गुणावृत्ति समीकरण

$$y(x, t) = (0.01\text{m}) \sin [(62.8 \text{ m}^{-1})x] \cos [(628 \text{ s}^{-1})t].$$

द्वारा कंपित हो रही है। यदि  $\pi = 3.14$  माना जाने लए सही कथन/कथनों को चुनिये:- **[JEE-Advance-2013]**

- (A) निस्पंदों की संख्या 5 है।
- (B) डोरी की लम्बाई 0.25 m है।
- (C) साम्यावस्था से डोरी के मध्यबिन्दु का अधिकतम विस्थापन 0.01m है।
- (D) मूल आवृत्ति 100 Hz है।

**WA0065**

**Ans. (B,C)**

string is  $100 \text{ ms}^{-1}$ . The other end of the string is vibrating in the  $y$  direction so that stationary waves are set up in the string. The possible waveform (s) of these stationary waves is(are) :-

$x$  दिशा के अनुदिश  $3\text{m}$  लम्बाई की एक तनित डोरी का एक सिरा  $x = 0$  पर जड़ित (fixed) है। डोरी में तरंग की गति  $100\text{ms}^{-1}$  है। डोरी का दूसरा सिरा  $y$  दिशा के अनुदिश इस प्रकार कम्पन्न कर रहा है कि डोरी में अप्रगामी तरंगें बन रही हैं। इन अप्रगामी तरंगों के संभावित तरंगरूप (waveform) है/हैं :- **[JEE-Advance-2014]**

$$(A) \ y(t) = A \sin \frac{\pi x}{6} \cos \frac{50\pi t}{3}$$

$$(B) \ y(t) = A \sin \frac{\pi x}{3} \cos \frac{100\pi t}{3}$$

$$(C) \ y(t) = A \sin \frac{5\pi x}{6} \cos \frac{250\pi t}{3}$$

$$(D) \ y(t) = A \sin \frac{5\pi x}{2} \cos 250\pi t$$

**Ans. (A,C,D)**



A musical instrument is made using four different metal strings, 1,2,3 and 4 with mass per unit length  $\mu$ ,  $2\mu$ ,  $3\mu$  and  $4\mu$  respectively. The instrument is played by vibrating the strings by varying the free length in between the range  $L_0$  and  $2L_0$ . It is found that in string-1 ( $\mu$ ) at free length  $L_0$  and tension  $T_0$  the fundamental mode frequency is  $f_0$ .

List-I gives the above four strings while list-II lists the magnitude of some quantity.

अनुच्छेद में दी गयी जानकारी के आधार पर सूचियों का उचित मिलान करके प्रश्न का उत्तर दें।

एक वाद्य यंत्र को चार भिन्न धातु की तारों 1,2,3 और 4 से बनाया गया है, जिनके एकांक लंबाई के द्रव्यमान (mass per unit length) क्रमशः  $\mu$ ,  $2\mu$ ,  $3\mu$  तथा  $4\mu$  है। इस यंत्र के तारों की मुक्त लंबाई  $L_0$  से  $2L_0$  के बीच परिवर्तित करते हुए कंपित करके बजाया जाता है। पाया जाता है कि तार-1 ( $\mu$ ) की मुक्त लंबाई  $L_0$  पर तनाव  $T_0$  के कारण मूल विधा की आवृत्ति  $f_0$  है।

सूची-I में ऊपर दी गयी चार तारों हैं। सूची-II में किसी मात्रा का परिमाण है।

If the tension in each string is  $T_0$ , the correct match for the highest fundamental frequency in  $f_0$  units will be,

यदि प्रत्येक तार का तनाव  $T_0$  है तब उच्चतम मूल आवृत्ति का  $f_0$  इकाई में सही मिलान होगा -

[JEE-Advance-2019]

**List-I**

- (I) String-1 ( $\mu$ )
- (II) String-2 ( $2\mu$ )
- (III) String-3 ( $3\mu$ )
- (IV) String-4 ( $4\mu$ )

**सूची-I**

- (I) तार-1 ( $\mu$ )
- (II) तार-2 ( $2\mu$ )
- (III) तार-3 ( $3\mu$ )
- (IV) तार-4 ( $4\mu$ )

- (A) I→P, II→R, III→S, IV→Q
- (C) I→Q, II→S, III→R, IV→P

**List-II**

- (P) 1
- (Q)  $1/2$
- (R)  $1/\sqrt{2}$
- (S)  $1/\sqrt{3}$
- (T)  $3/16$
- (U)  $1/16$

**सूची-II**

- (P) 1
- (Q)  $1/2$
- (R)  $1/\sqrt{2}$
- (S)  $1/\sqrt{3}$
- (T)  $3/16$
- (U)  $1/16$

- (B) I→P, II→Q, III→T, IV→S
- (D) I→Q, II→P, III→R, IV→T

The length of the string 1,2,3 and 4 are kept fixed at  $L_0, \frac{3L_0}{2}, \frac{5L_0}{4}$  and  $\frac{7L_0}{4}$ , respectively. Strings 1,2,3 and 4 are vibrated at their 1<sup>st</sup>, 3<sup>rd</sup>, 5<sup>th</sup> and 14<sup>th</sup> harmonics, respectively such that all the strings have same frequency. The correct match for the tension in the four strings in the units of  $T_0$  will be.

तार 1,2,3 और 4 की लंबाईयों का मान क्रमशः  $L_0, \frac{3L_0}{2}, \frac{5L_0}{4}$  और  $\frac{7L_0}{4}$  है। तार 1,2,3 और 4 को क्रमशः उनकी प्रथम (1<sup>st</sup>), तृतीय (3<sup>rd</sup>), पंचम (5<sup>th</sup>) तथा चौदहवीं (14<sup>th</sup>) गुणावृत्तियों पर इस तरहसे कंपित करते हैं कि सभी तारों की आवृत्तियाँ समान रहती हैं। चारों तारोंके तनाव का  $T_0$  इकाई में सही मिलान होगा -

(A) I→P, II→Q, III→T, IV→U

(B) I→T, II→Q, III→R, IV→U

(C) I→P, II→Q, III→R, IV→T

(D) I→P, II→R, III→T, IV→U

**Ans. (A)**



A musical instrument is made using four different metal strings, 1, 2, 3 and 4 with mass per unit length  $\mu$ ,  $2\mu$ ,  $3\mu$  and  $4\mu$  respectively. The instrument is played by vibrating the strings by varying the free length in between the range  $L_0$  and  $2L_0$ . It is found that in string-1 ( $\mu$ ) at free length  $L_0$  and tension  $T_0$ , the fundamental mode frequency is  $f_0$ .

List-I gives the above four strings while list-II lists the magnitude of some quantity.

अनुच्छेद में दी गयी जानकारी के आधार पर सूचियों का उचित मिलान करके प्रश्न का उत्तर दें।

एक वाद्य यंत्र को चार भिन्न धातु की तारों 1, 2, 3 और 4 से बनाया गया है, जिनके एकांक लंबाई के द्रव्यमान (mass per unit length)  $\mu$ ,  $2\mu$ ,  $3\mu$  तथा  $4\mu$  है। इस यंत्र के तारों को मुक्त लंबाई  $L_0$  से  $2L_0$  के बीच परिवर्तित करते हुए कंपित करके बजाया जाता है। पाया जाता है कि तार-1 ( $\mu$ ) को मुक्त लंबाई  $L_0$  पर तनाव  $T_0$  के कारण मूल विधा की आवृत्ति  $f_0$  है।

सूची-I में ऊपर दी गयी चार तारें हैं। सूची-II में किसी मात्रा का परिमाण है।

[JEE-Advance-2019]

**List-I**

- (I) String-1 ( $\mu$ )  
 (II) String-2 ( $2\mu$ )  
 (III) String-3 ( $3\mu$ )  
 (IV) String-4 ( $4\mu$ )

**सूची-I**

- (I) तार-1 ( $\mu$ )  
 (II) तार-2 ( $2\mu$ )  
 (III) तार-3 ( $3\mu$ )  
 (IV) तार-4 ( $4\mu$ )

**List-II**

- (P) 1  
 (Q)  $1/2$   
 (R)  $1/\sqrt{2}$   
 (S)  $1/\sqrt{3}$   
 (T)  $3/16$   
 (U)  $1/16$

**सूची-II**

- (P) 1  
 (Q)  $1/2$   
 (R)  $1/\sqrt{2}$   
 (S)  $1/\sqrt{3}$   
 (T)  $3/16$   
 (U)  $1/16$

ATDB.uno

The length of the string 1, 2, 3 and 4 are kept fixed at  $L_0$ ,  $\frac{3L_0}{2}$ ,  $\frac{5L_0}{4}$  and  $\frac{7L_0}{4}$ , respectively. Strings

1, 2, 3 and 4 are vibrated at their 1<sup>st</sup>, 3<sup>rd</sup>, 5<sup>th</sup> and 14<sup>th</sup> harmonics, respectively such that all the strings have same frequency. The correct match for the tension in the four strings in the units of  $T_0$  will be.

तार 1, 2, 3 और 4 को लंबाईयों का मान क्रमशः  $L_0$ ,  $\frac{3L_0}{2}$ ,  $\frac{5L_0}{4}$  और  $\frac{7L_0}{4}$  है। तार 1, 2, 3 और 4 को क्रमशः उनकी प्रथम

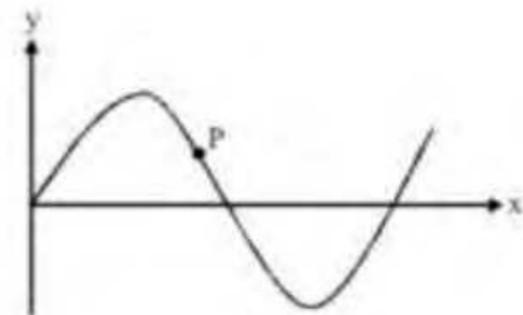
(1<sup>st</sup>), तृतीय (3<sup>rd</sup>), पंचम (5<sup>th</sup>) तथा चौदहवीं (14<sup>th</sup>) गुणावृत्तियों पर इस तरह से कंपित करते हैं कि सभी तारों की आवृत्तियाँ समान रहती हैं। चारों तारों के तनाव का  $T_0$  इकाई में सही मिलान होगा -

- (A) I→P, II→Q, III→T, IV→U  
 (B) I→T, II→Q, III→R, IV→U  
 (C) I→P, II→Q, III→R, IV→T  
 (D) I→P, II→R, III→T, IV→U

The wavelength of the wave is 0.5 m and its amplitude is 10 cm. At a particular time  $t$ , the snap-shot of the wave is shown in figure. The velocity of point P when its displacement is 5 cm is :

एक अनुप्रस्थ ज्यावक्रीय तरंग एक डोरी में 10 cm/s की चाल से धनात्मक  $x$ -दिशा में गति करती है। इसकी तरंग दैर्घ्य 0.5 m तथा आयाम 10cm है। एक विशेष समय  $t$  पर, तरंग को चित्र में दिखाया गया है। बिन्दु P का विस्थापन 5cm होने उसका वेग है :

[IIT-JEE 2001]



ATDB.uno

(A)  $\frac{\sqrt{3}\pi}{50} \hat{j}$  m/s

(B)  $-\frac{\sqrt{3}\pi}{50} \hat{j}$  m/s

(C)  $\frac{\sqrt{3}\pi}{50} \hat{i}$  m/s

(D)  $-\frac{\sqrt{3}\pi}{50} \hat{i}$  m/s

Ans. (A)

$\mu = 0.00100 \text{ kg/m}$ ) that passes over a light pulley. The string is connected to a vibrator (of constant frequency  $f$ ), and the length of the string between point P and the pulley is  $L = 2.00 \text{ m}$ . When the mass  $m$  is either  $16.0 \text{ kg}$  or  $25.0 \text{ kg}$ , standing wave are observed; however, no standing waves are observed with any mass between these values. What is the frequency of the vibrator (in Hz) ?

चित्र में प्रदर्शित व्यवस्था में एक द्रव्यमान को हल्की घिरनी पर से गुजरती हुई  $\mu = 0.00100 \text{ kg/m}$  रैखिक द्रव्यमान घनत्व वाली रस्सी से लटकाया जा सकता है। इस रस्सी को नियत आवृत्ति  $f$  वाले एक कम्पक से जोड़ा जाता है। बिन्दु P तथा घिरनी के मध्य रस्सी की लम्बाई  $L = 2.00 \text{ m}$  है। जब द्रव्यमान  $m$  का मान या तो  $16.0 \text{ kg}$  या  $25.0 \text{ kg}$  होता है तो अप्रगामी तरंगें उत्पन्न होती हैं। इन दोनों द्रव्यमानों के मध्य के अन्य किसी भी द्रव्यमान के लिए अप्रगामी तरंगें उत्पन्न नहीं होती। कम्पक की आवृत्ति (Hz में) ज्ञात कीजिए।

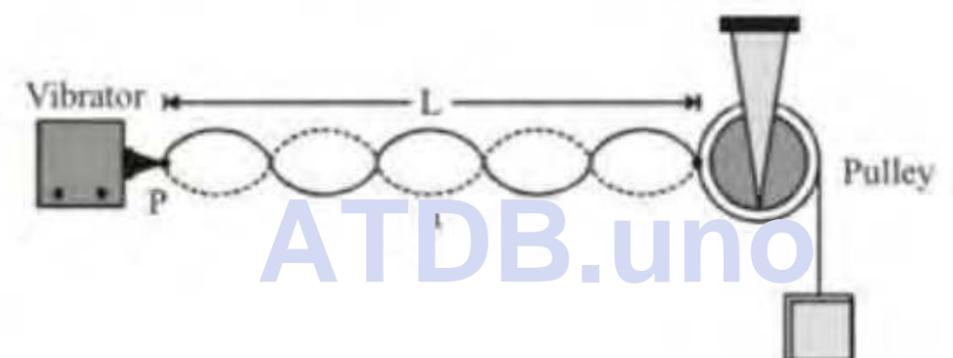
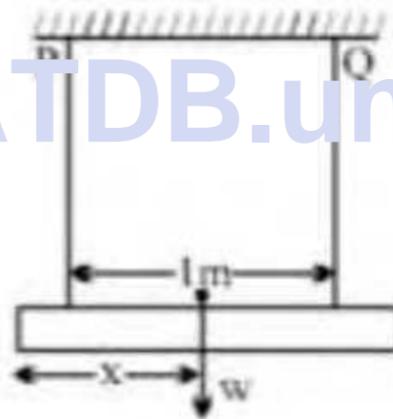


figure. The cross-sectional areas are  $1.5 \text{ cm}^2$  &  $1 \text{ cm}^2$ . The densities of these materials are  $7.8 \text{ gm/cc}$  &  $2.6 \text{ gm/cc}$  respectively. At what point along the rod should a weight  $w$  be suspended in order to produce equal stress in the strings. What is the ratio of velocities of transverse waves in these strings.

नगण्य भार वाली किसी  $1\text{m}$  लम्बी छड़ को चित्रानुसार समान लम्बाई वाले दो तारों P व Q द्वारा लटकाया गया है। इनके अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल  $1.5 \text{ cm}^2$  व  $1 \text{ cm}^2$  है। इन पदार्थों के घनत्व क्रमश  $7.8 \text{ gm/cc}$  तथा  $2.6 \text{ gm/cc}$  है। छड़ के अनुदिश किस बिन्दु पर एक भार  $w$  लटकाना चाहिये ताकि रस्सियों में समान प्रतिबल उत्पन्न हो सके? इन रस्सियों में अनुप्रस्थ तरंगों के वेगों का अनुपात क्या होगा ?



**Ans.**  $x = 0.4\text{m}$ ;  $1 : \sqrt{3}$



## Homework

- Qns attached
- module  $\rightarrow$  Prarambh  $\rightarrow$  34, 16, 18,  
Prabal  $\rightarrow$  (1-8),  
Panikshit  $\rightarrow$  1, 3, 4, 5, 7

ATDB.uno



# THANK YOU

ATDB.uno

